

Seiten 6 / 7 Gleichungen und Ungleichungen	1 a) $\frac{x+5}{4} - \frac{1-x}{6} = 4$	• HN (12) vereinfachen $-13(x$ isolieren, da lineare Gleichung) : 5 $x = 7$
	b) $\frac{3x-19}{15} - \frac{x}{18} = \frac{x-12}{10}$	• HN (90) vereinfachen $-9x + 114$ (x isolieren, da lineare Gleichung) : 4 $x = \frac{3}{2}$ oder $x = 1.5$
	c) $6 - \frac{x}{6} = \frac{x-7}{3} + 2x$	• HN (6) vereinfachen $+x + 14$ (x isolieren, da lineare Gleichung) : 15 $x = \frac{10}{3}$ oder $x = 3.3333$
	d) $\frac{2x-5}{3} < \frac{3x-1}{2}$	• HN (6) $-4x + 3$ (x isolieren, da lineare Ungleichung) : 15 $x > -\frac{7}{5}$
	e) $\frac{x-7}{4} - \frac{x-4}{7} < \frac{3x-18}{14} + 1$	• HN (28) vereinfachen $-3x + 8$ (x isolieren, da lineare Ungleichung) : 3 $x > -\frac{25}{3}$
	f) $x - \frac{4+3x}{3} \geq \frac{x}{4} + \frac{1}{6}$	• HN (12) vereinfachen -2 (x isolieren, da lineare Ungleichung) : 15 $x \leq -6$
	2 a) $(x+5)(x-12) = 0$ <u>Fall 1:</u> $x+5 = 0$ $x = -5$ <u>Fall 2:</u> $x-12 = 0$ $x = 12$	Fallunterscheidung Klammern einzeln = 0 setzen $x_1 = -5$ $x_2 = 12$
	b) $x^2 + 3x - 28 = 0$ $(x-4)(x+7) = 0$ <u>Fall 1:</u> $x-4 = 0$ $x = 4$ <u>Fall 2:</u> $x+7 = 0$ $x = -7$	quadr. Gleichung in Produkt von Binomen verwandeln Fallunterscheidung Klammern einzeln = 0 setzen $x_1 = 4$ $x_2 = -7$
	c) $x^2 + 20x = -75$ $x^2 + 20x + 75 = 0$ $(x+5)(x+15) = 0$ <u>Fall 1:</u> $x+5 = 0$ $x = -5$ <u>Fall 2:</u> $x+15 = 0$ $x = -15$	quadr. Gleichung → Alles auf eine Seite (+75) Trinom in Produkt von Binomen verwandeln Fallunterscheidung Klammern einzeln = 0 setzen $x_1 = -5$ $x_2 = -15$

<p>2 d)</p> $x^2 - 4(x + 15) = 4(1 - x)$ $x^2 - 4x - 60 = 4 - 4x$ $x^2 - 64 = 0$ $(x - 8)(x + 8) = 0$ <p><u>Fall 1:</u> $x - 8 = 0$ $x = 8$</p> <p><u>Fall 2:</u> $x + 8 = 0$ $x = -8$</p>	<p> Vereinfachen quadr. Gleichung → Alles auf eine Seite (+4x - 4) 3. Binomische Formel auflösen Fallunterscheidung Klammern einzeln = 0 setzen</p> <p>$x_1 = 8$ $x_2 = -8$</p>
<p>e)</p> $(x - 7)^2 + 3(x - 5) = (x - 3)^2 + 7(x - 1) - x^2$ $x^2 - 14x + 49 + 3x - 15 = x^2 - 6x + 9 + 7x - 7 - x^2$ $x^2 - 11x + 34 = x + 2$ $x^2 - 12x + 32 = 0$ $(x - 8)(x - 4) = 0$ <p><u>Fall 1:</u> $x - 8 = 0$ $x = 8$</p> <p><u>Fall 2:</u> $x - 4 = 0$ $x = 4$</p>	<p> Vereinfachen Vereinfachen quadr. Gleichung → Alles auf eine Seite (-x - 2) Trinom in Produkt von Binomen verwandeln Fallunterscheidung Klammern einzeln = 0 setzen</p> <p>$x_1 = 8$ $x_2 = 4$</p>
<p>3 a)</p> <p>Punkte der Verlierer : x</p> <p>Punkte der Sieger : $x + \frac{x}{6} = \frac{7x}{6}$</p> <p>Veränderte Punkte Verlierer : $\frac{4}{5}x = \frac{4x}{5}$</p> <p>Punkte der Sieger (nicht geändert) : $\frac{7x}{6}$</p> <p>Neue Punktedifferenz : 33</p> <p><u>Gleichung</u></p> $\frac{7x}{6} = \frac{4x}{5} + 33$ $35x = 24x + 990$ $11x = 990$ $x = 90$ <p>Also haben die Verlierer 90 Punkte erzielt. Die Sieger haben $x + \frac{x}{6} = \frac{7x}{6} = 90 + 15 = 105$ Punkte erzielt.</p>	<p><i>IST - Zustand</i></p> <p><i>Veränderter Zustand</i> (Hätten die Verlierer nur vier Fünftel ihrer Punkte erzielt...)</p> <p><i>Gleichung aufstellen:</i> (Verlierer hätten 33 Punkte weniger als Sieger) • HN 30"</p> <p> - 24x (lineare Gleichung, also x isolieren) : 11 Probe (ist Lösung in D?) L = { 90 }</p> <p>Das Resultat lautet 105 : 90 Punkte.</p>
<p>b)</p> <p>Einerziffer = x</p> <p>Zehnerziffer := Einerziffer - 3 = x - 3</p> <p>Zahl selber = 10 • Zehnerziffer + Einerziffer = 10(x - 3) + x</p> <p>Quersumme = Zehner- + Einerziffer = x - 3 + x = 2x - 3</p> <p><u>Gleichung :</u></p> $2x - 3 = \frac{5}{23} \cdot [10(x - 3) + x]$ $46x - 69 = 5 \cdot [10(x - 3) + x]$ $46x - 69 = 5 \cdot [10x - 30 + x]$ $46x - 69 = 50x - 150 + 5x$ $46x - 69 = 55x - 150$ $81 = 9x$ $9 = x$ <p>Die Einerziffer ist also die 9, somit ist die Zehnerziffer eine 6 ($x - 3 = 9 - 3 = 6$)</p>	<p>Ziffern untereinander vergleichen und Variablen festlegen.</p> <p>Stellenwerte beachten!</p> <p><u>Gleichung aufstellen:</u> Quersumme = $\frac{5}{23}$ der Zahl selber • HN (23) vereinfachen vereinfachen vereinfachen - 46x + 150 (x isolieren, weil lineare Gleichung) : 9 L = {9}</p> <p>Die Zahl heisst 69.</p>

<p>Seite 9 Gleichungen und Ungleichungen</p>	<p>c)</p> <p><u>Teil 1</u> : $\frac{x}{5}$</p> <p><u>Teil 2</u> : ' = '</p> <p><u>Teil 3</u> : $\frac{x-6}{8}$</p> <p><u>Gleichung</u> :</p> $\frac{x}{5} = \frac{x-6}{8}$ $8x = 5(x-6)$ $8x = 5x - 30$ $3x = -30$ $x = -10$ $-10 = x$	<p><i>Einzelteile der Aufgabenstellung:</i> „Dividiert man eine Zahl durch 5“</p> <p>erhält man gleich viel wie wenn man ...:</p> <p>eine Zahl, die um 6 kleiner ist als die Unbekannte, durch 8 dividiert.</p> <p> • HN 40</p> <p> vereinfachen</p> <p> -5x (x isolieren, da lineare Gleichung)</p> <p> : 3</p> <p>x = - 10</p> <p>Die Zahl heisst - 10</p>
---	--	--

<p>Seite 16 Schneiden von Geraden / Gleichungssysteme</p>	<p>1 a) Gerade zeichnen: 1. Achsenabschnitt + (-3) → Schnittpunkt mit y-Achse eintragen (0/(-3)) Danach die Steigung abtragen: $\frac{3}{5} \rightarrow \frac{3 \text{ in y-Richtung}}{5 \text{ in x-Richtung}}$</p> <hr/> <p>b) Schnittpunkt mit der 45°-Gerade (deren Gleichung lautet $x \rightarrow y = x$) Es entsteht ein Gleichungssystem:</p> $\begin{cases} y = x \\ y = \frac{3}{5}x + (-3) \end{cases}$ <p>Anwenden des Gleichsetzungsverfahrens (z.B.):</p> $x = \frac{3}{5}x + (-3) \quad \cdot 5$ $5x = 3x + (-15) \quad -3x$ $2x = (-15) \quad : 2$ $x = (-7.5)$ <p>Schnittpunkt</p> <p style="text-align: right;">Dieses x eingesetzt in die Gleichung 1 ergibt den Koordinaten des Schnittpunktes: P_S ((-7.5) / (-7.5))</p> <hr/> <p>c) Schnittpunkt mit der x-Achse (deren Gleichung lautet $x \rightarrow y = 0$). Es entsteht ein Gleichungssystem:</p> $\begin{cases} y = 0 \\ y = \frac{3}{5}x + (-3) \end{cases}$ <p>Anwenden des Gleichsetzungsverfahrens (z.B.):</p> $0 = \frac{3}{5}x + (-3) \quad \cdot 5$ $0 = 3x + (-15) \quad -3x$ $(-3x) = (-15) \quad : (-3)$ $x = 5$ <p>Schnittpunkt</p> <p style="text-align: right;">Dieses x eingesetzt in die Gleichung 1 ergibt den Koordinaten des Schnittpunktes: P_S (5 / 0)</p>	
--	--	--



d) Schnittpunkt mit der gegebenen Gerade mit der Gleichung lautet $x \rightarrow y = 5x + 1.4$. Wieder entsteht ein Gleichungssystem:

$$\begin{cases} y = 5x + 1.4 \\ y = \frac{3}{5}x + (-3) \end{cases}$$

Anwenden des Gleichsetzungsverfahrens (z.B.):

$$\begin{aligned} 5x + 1.4 &= \frac{3}{5}x + (-3) && || \cdot \text{HN (5)} \\ 25x + 7 &= 3x + (-15) && || -3x \\ 22x + 7 &= (-15) && || -7 \\ 22x &= (-22) && || : 22 \\ x &= (-1) \end{aligned}$$

Dieses x eingesetzt in die Gleichung 1 ergibt für den Schnittpunkt:

$$\begin{aligned} y &= 5 \cdot (-1) + 1.4 && || \vee \\ y &= (-5) + 1.4 && || \vee \\ y &= (-3.6) \end{aligned}$$

Lösung: $x = -1, y = -3.6$

Die Koordinaten des Schnittpunktes sind also: $P_s (-1) / (-3.6)$

2 a)

$$\begin{cases} 5x + 2y = 57 \\ 8x - 2y = 60 \end{cases} \quad \downarrow \text{+}$$

Koeffizienten von y sind gleich (2y), Vorzeichen verschieden \rightarrow Addition

$$\begin{aligned} 13x &= 117 && || : 13 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

\rightarrow Einsetzen in Gleichung z.B. 1: $5 \cdot 9 + 2y = 57 \rightarrow 45 + 2y = 57$
 $2y = 12 \rightarrow y = 6$

Lösung: $x = 9; y = 6 \rightarrow P_s = (9 / 6)$

b)

$$\begin{cases} 4x + 3y = 4 \\ 5x - 2y = 51 \end{cases} \quad \begin{matrix} \bullet 5 \\ \bullet 4 \end{matrix} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 20x + 15y = 20 \\ 20x - 8y = 204 \end{cases} \quad \downarrow \text{-}$$

Gleiche Koeffizienten schaffen (Multiplikation)
Danach Subtraktion (weil gleiche Vorzeichen)

$$\begin{aligned} 23y &= (-184) && || : 23 \quad \text{Achtung: } +15y - (-8y)!!! \\ y &= (-8) \end{aligned}$$

\rightarrow Einsetzen in Gleichung z.B. 1:

$$\begin{aligned} 4x + 3 \cdot (-8) &= 4 \rightarrow 4x - 24 = 4 \\ 4x &= 28 \rightarrow x = 7 \end{aligned}$$

Lösung $x = 7; y = (-8) \rightarrow P_s = (7 / (-8))$

2 c)

$$\begin{cases} 4x + y = 30 \\ 3y = x - 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} \bullet 4, \text{ umstellen} \end{matrix} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 4x + y = 30 \\ (-4x) + 12y = (-4) \end{cases} \quad \downarrow \text{+}$$

Gleiche Koeffizienten schaffen (Multiplikation)
Danach Addition (weil verschiedene VZ)

$$\begin{aligned} 13y &= 26 && || : 13 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

\rightarrow Einsetzen in Gleichung z.B. 2:

$$3 \cdot 2 = x - 1 \rightarrow 6 = x - 1 \rightarrow 7 = x$$

$x = 7; y = 2 \rightarrow L = \{7 / 2\}$

d)

$$\begin{cases} (-4x) + 6y = 4 \\ y - 3x = 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} \bullet 3 \\ \bullet 4, \text{ umstellen} \end{matrix} \rightarrow$$

$$\begin{cases} (-12x) + 18y = 12 \\ (-12x) + 4y = 8 \end{cases} \quad \downarrow \text{+}$$

Gleiche Koeffizienten schaffen (Multiplikation)
Danach Subtraktion (weil gleiche VZ)

$$\begin{aligned} 14y &= 4 && || : 14 \\ y &= \frac{4}{14} = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

\rightarrow Einsetzen in Gleichung z.B. 2:

$$\frac{2}{7} - 3x = 2 \rightarrow 2 - 21x = 14 \rightarrow (-21x) = 12 \rightarrow x = \left(-\frac{12}{21}\right) = \left(-\frac{4}{7}\right)$$

Lösung $x = \left(-\frac{4}{7}\right); y = \frac{2}{7} \rightarrow P_s = \left(\left(-\frac{4}{7}\right) / \frac{2}{7}\right)$

3 a)

$\frac{4x}{5} + \frac{y}{3} = -2$	$\bullet 15$ (Nenner weg)	$12x + 5y = (-30)$	$\bullet 10$	$120x + 50y = (-300)$	\downarrow \ominus
$\frac{5y}{3} - \frac{3x}{10} = 33$	$\bullet 30$ (Nenner weg)	$50y - 9x = 990$	umstellen	$(-9x) + 50y = 990$	

$129x = (-1290) \quad || :129$
 $x = (-10)$

→ Einsetzen in (nennerfreie) Gleichung z.B. Gl.1: $12 \bullet (-10) + 5y = (-30) \rightarrow (-120) + 5y = (-30)$
 $5y = 90 \rightarrow y = 18$

Lösung $x = (-10)$; $y = 18 \rightarrow P_s = ((-10) / 18)$

b)

$4x - \frac{5y}{6} = (-\frac{2}{3})$	$\bullet 6$ (Nenner weg)	$24x - 5y = (-4)$	$\bullet 3$	$72x - 15y = (-12)$	\downarrow \oplus
$\frac{2x}{5} + 3y = 32$	$\bullet 5$ (Nenner weg)	$2x + 15y = 160$		$2x + 15y = 160$	

$74x = 148 \quad || :74$
 $x = 2$

→ Einsetzen in (nennerfreie) Gleichung z.B. Gl.2: $2 \bullet 2 + 15y = 160 \rightarrow 4 + 15y = 160$
 $15y = 156 \rightarrow y = \frac{156}{15} = \frac{52}{5}$

Lösung $x = 2$; $y = \frac{52}{5} \rightarrow P_s = (2 / 10.4)$

c)

$3x - 2 = 5y$	Umstellen	$3x - 2 = 5y$	$\bullet 4$	$12x - 8 = 20y$	\downarrow \oplus
$2y = 4x - 1$		$(-4x) + 1 = (-2y)$	$\bullet 3$	$(-12x) + 3 = (-6y)$	

$(-5) = 14y \quad || :14$
 $(-\frac{5}{14}) = y$

→ Einsetzen in (nennerfreie) Gleichung z.B. Gl.1: $3x - 2 = 5 \bullet (-\frac{5}{14}) \rightarrow 42x - 28 = (-25) \rightarrow$
 $42x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{42} = \frac{1}{14}$

Lösung $x = \frac{1}{14}$; $y = (-\frac{5}{14}) \rightarrow P_s = (\frac{1}{14} / (-\frac{5}{14}))$

d)

$2.4x = 3y - 2$	$\bullet 2$	$2.4x = 3y - 2$
$1.5y = 3x - 1$		$3y = 6x - 2$

Hier verwende ich für einmal das Einsetzungsverfahren (also für **3y schreiben wir 6x - 2**)
die 1. Gleichung heisst also neu: $2.4x = 6x - 2 - 2 \quad || \vee$
 $2.4x = 6x - 4 \quad || \bullet 10$
 $24x = 60x - 40 \quad || - 60x$
 $(-36x) = (-40) \quad || : (-36)$
 $x = \frac{40}{36} = \frac{10}{9}$

→ Einsetzen in (nennerfreie) Gleichung z.B. Gl.2:
 $3y = 6 \bullet \frac{10}{9} - 2 \rightarrow 3y = \frac{60}{9} - 2 \rightarrow 27y = 60 - 18 \rightarrow 27y = 42 \rightarrow y = \frac{42}{27} = \frac{14}{9}$

Lösung $x = \frac{10}{9}$; $y = \frac{14}{9} \rightarrow P_s = \{ \frac{10}{9} / \frac{14}{9} \}$



4 a) 1. Gleichung erstellen: Zwei Zahlen unterscheiden sich um (-4) → $x - y = (-4)$

2. Gleichung erstellen: ... ergeben die Summe von (-12) → $x + y = (-12)$

Gleichungen addieren (versch. Vorzeichen bei y)

$$\begin{array}{r} 2x = (-16) \quad || : 2 \\ x = (-8) \end{array}$$

In eine Gleichung einsetzen: $(-8) + y = (-12) \rightarrow y = (-4)$

→ Die beiden Zahlen heissen (-4) und (-8)

b) 1. Gleichung erstellen: Erste Zahl ist 2.5 mal die Zweite → $x = 2.5y$

2. Gleichung erstellen: ...Zusammen ergeben sie 63 → $x + y = 63$

umstellen der ersten Gleichung:

$$\begin{array}{r} x - 2.5y = 0 \\ x + y = 63 \end{array}$$

Gleichungen subtrahieren (gleiche Vorzeichen bei x)

$$\begin{array}{r} (-3.5y) = (-63) \quad || \cdot (-3.5) \\ y = 18 \end{array}$$

In eine Gleichung einsetzen: $x = 2.5 \cdot 18 \rightarrow x = 45$

→ Die beiden Zahlen heissen 45 und 18

c) 1. Gleichung erstellen: Doppelte Summe ist 36 → $2(x + y) = 36$

2. Gleichung erstellen: Neunfache Differenz ist 36 → $9(x - y) = 36$

vereinfachen der Gleichungen:

$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 36 \\ 9x - 9y = 36 \end{array}$$

Gleiche Koeffizienten schaffen (z.B. vor x):

1. Gleichung mit 9 multiplizieren → $18x + 18y = 324$

2. Gleichung mit 2 multiplizieren → $18x - 18y = 72$

Gleichungen z.B. subtrahieren (gleiche Vorzeichen bei x)

$$\begin{array}{r} 36y = 252 \\ y = 7 \end{array}$$

In eine Gleichung einsetzen: $2x + 2 \cdot 7 = 36 \rightarrow 2x + 14 = 36 \rightarrow 2x = 22 \rightarrow x = 11$

→ Die beiden Zahlen heissen 7 und 11

d) 1. Gleichung: ...zum Sechsfachen der einen das Dreifache der zweiten = 54 → $6x + 3y = 54$

2. Gleichung: Dreifaches der zweiten minus 5 gleich erste Zahl → $3y - 5 = x$

Einsetzungsverfahren verwenden: ($x = 3y - 5$)

$$\begin{array}{r} 6(3y-5) + 3y = 54 \quad || \vee \\ 18y - 30 + 3y = 54 \quad || \vee \\ 21y - 30 = 54 \quad || + 30 \\ 21y = 84 \quad || : 21 \\ y = 4 \end{array}$$

In eine Gleichung einsetzen: $x = 3 \cdot 4 - 5 \rightarrow x = 12 - 5 \rightarrow x = 7$

→ Die beiden Zahlen heissen 7 und 4

Hinweis:

Jedes Gleichungssystem kann mit jedem der drei Verfahren (Gleichsetzung, Einsetzung, Addition) aufgelöst werden. Man kann sich also auf eines konzentrieren, wenn man will.

Ich habe hier versucht, alle Verfahren anzuwenden, um etwas geistige Abwechslung zu haben.... Auch das schadet nicht. Die Ergebnisse sind aber nach allen Verfahren die Gleichen. Somit ist die Überprüfbarkeit gegeben.