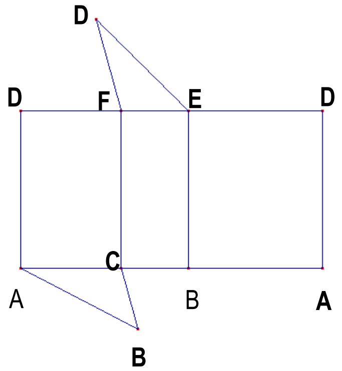
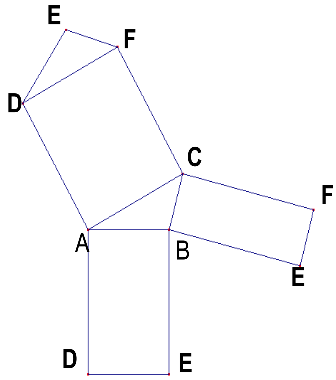
Seiten 4 / 5

Beschriften von Prismen und ihren Netzen

1 a)



b)



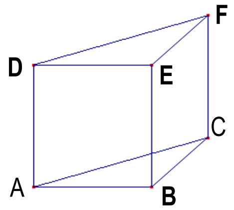
Tipps:
Beachte die Kantenverläufe:

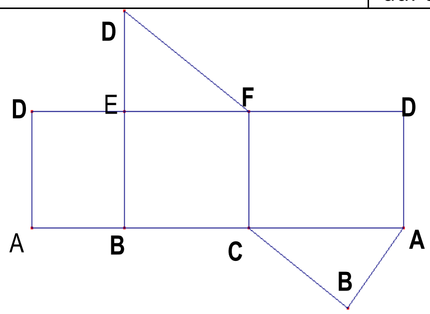
von A aus:
in der Grundseite zu B und C
in der Höhe zu D

usw.

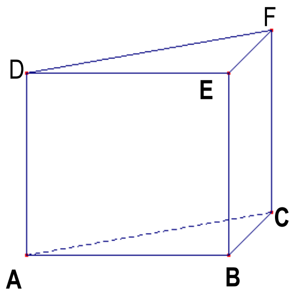
So kannst du die Möglichkeiten austesten und du kommst immer auf die richtige Lösung.

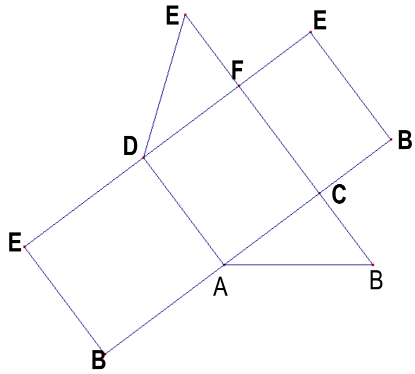
2 a)



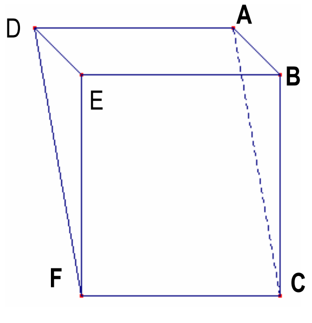


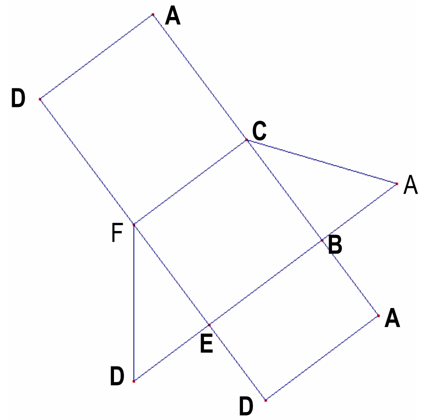
2 b)





c)

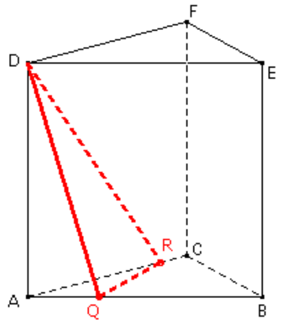


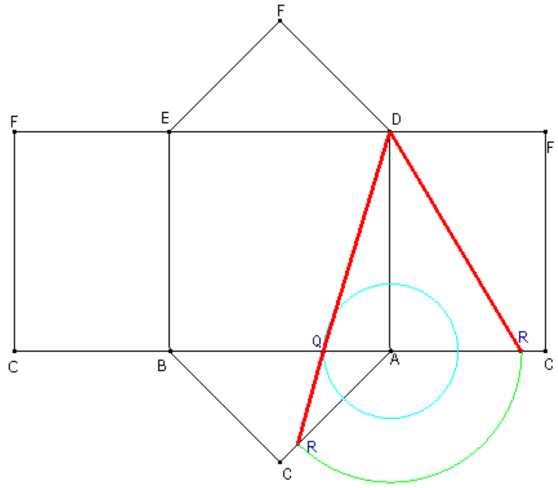


Seite 7

Schnittkanten und Schnittflächen einzeichnen

1.

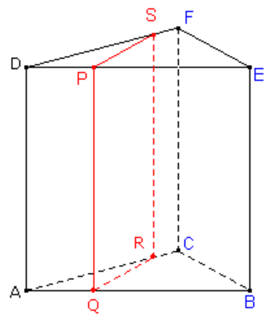


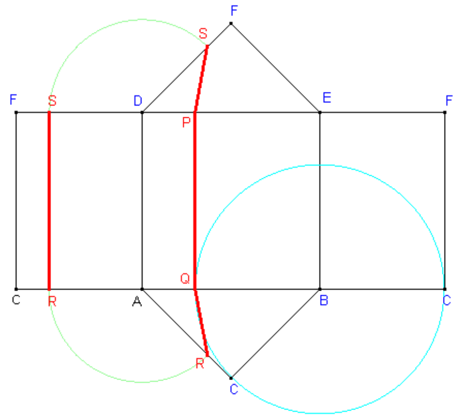


Tipps:

- Zuerst Beschriftung vervollständigen.
- Schnittfläche im Raumbild einzeichnen (Achtung, Sichtbarkeit!)
- Q ins Netz übertragen (Abmessen mit Zirkel → hellblauer Kreis)
- R auf die "zweite" Kante AC übertragen (hellgrüner Kreisbogen)
- Punkte in den entsprechenden Seitenflächen miteinander verbinden.

2.

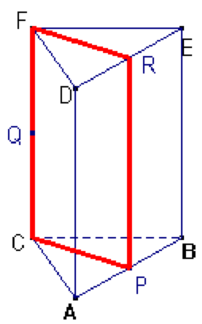


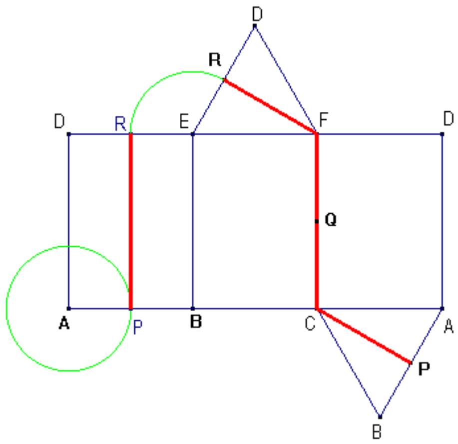


Tipps:

- Im Raumbild eine Senkrechte (LOT) auf AB durch Q. So entsteht S. Danach durch Parallelverschieben von QR durch S die Schnittfläche vervollständigen. Danach weiter wie unter 1a)

3.





Tipps:

- Die Punkte P und R im Netz auf allen entsprechenden Kanten einzeichnen
- Punkte P, Q, R im Raumbild (Kantenmitten) einzeichnen.
- Schnittfläche im Raumbild einzeichnen
- Schnittfläche ins Netz übertragen.

Seite 9

Berechnungen in Prismen, Quadern und Schnittkörpern

1

	a)	b)	c)	d)	e)
AB	5 cm	18 cm	26 cm	13 cm	5s
BC	4 cm	12 cm	13 cm	**25 cm**	2s
AC	2 cm	8 cm	**105 cm**	12 cm	7s
h	10 cm	**25 cm**	12 cm	10 cm	**7s**
M	**110cm²**	950cm²	1728cm²	500 cm²	98s²

Tipps:

1a) M = u• h ➔ (5+4+2) •10 = 11•10 = 110

1 b) M = u•h, also h = M : u
➔ 950:(18+12+8)= 950 : 38 = 25

1c) M = u•h, also u = M : h
➔ 1728 : 12 = 144 (= Umfang)
u = a + b + c, also c = u – (a + b)
➔ 144 – (13+26) = 144 – 39 = 105

1d) M = u•h, also u = M : h ➔ 500:10 = 50 = u
u = a+b+c, also b = u – (a+c)
➔ 50 – (12+13) = 50 – 25 = 25

1e) M = u•h, also h = M : u
➔ 98s² : (7s+2s+5s) = 98s² : (14s) = 7s

2

	a)	b)	c)	d)	e)
AB	5 cm	5 cm	8 cm	6 cm	10t
BC	14 cm	**32 cm**	6 cm	**10 cm**	15t
h	32 cm	8 cm	8 cm	16cm	6t
G	**35 cm²**	**80 cm²**	**24 cm²**	**30 cm²**	**75 t²**
M	**210cm²**	240cm²	192 cm²	**440 cm²**	600 t²
S	280 cm²	**400 cm²**	**240 cm²**	500 cm²	**750 t²**
V	**1120cm³**	640 cm³	**192 cm³**	480 cm³	**450 t³**

Rechenschritte:

2a) G = AB • BC : 2 = 5•14:2 = 35
V = G • h = 35 • 32 = 1120
S = 2G + M, also M = S – 2G
➔ 280 - 2•35 = 280 – 70 = 210

2b) V = G•h, also G = V : h
➔ 640 : 8 = 80
G = AB •BC : 2, also BC = 2•G : AB
➔ 2•80 : 5 = 32
S = 2•G + M = 2•80 + 240 = 400

2c) G = AB • BC : 2 = 6•8:2 = 24
S = 2•G + M = 2•24 +192 = 240
V = G•h ➔ 24•8 = 192

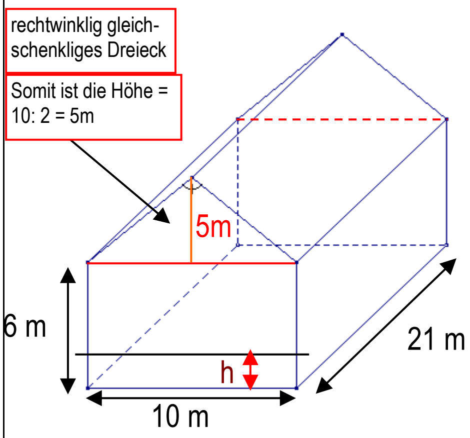
2d) V = G•h, also G = V : h ➔ 480 : 16 = 30
S = 2•G + M, also M = S - 2•G
➔ 500-2•30 = 500 – 60 = 440
G = AB •BC : 2, also BC = 2•G : AB
➔ 2•30 : 8 = 60 : 6 = 10

1e) G = AB • BC : 2 = 10t •15t : 2 = 75t²
S = 2•G+M = 2•75t² + 600t² = 750t²
V = G•h = 75t² • 6t = 450t³

Seiten 9 / 10

Berechnungen in Prismen, Quadern und Schnittkörpern

3



Lösungen:

a) V_{Haus} = 1785 m³
b) $V_{Dachgeschoss}$ = 525 m³
c) Höhe des Kellergeschosses = 1.7m

Rechenschritte:

a) Das Haus entspricht einem vierseitigen Prisma mit der Höhe 21m (Das Prisma liegt also). Die Grundfläche wird aufgeteilt in ein Rechteck und ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck.

Das Volumen wird entsprechend berechnet:
V = G • h = (Rechteck + Dreieck) • h
= (10 • 6 + 10 • 5 : 2) • 21 = (60 + 25) • 21 = 85•21 = **1785 m³**

b) Der Dachstock ist ein dreiseitiges Prisma mit einem rechtwinklig – gleichschenkligen Dreieck als Grundfläche.

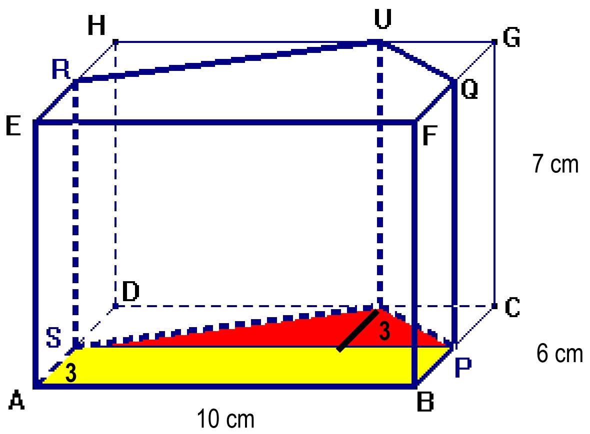
Somit wird das Volumen berechnet als: V = G • h
= (10 • 5 : 2) • 21 = 25 • 21 = **525 m³**

c) Das Kellergeschoss hat ein Volumen von einem Fünftel des ganzen Hauses. Somit ist sein Volumen = 1785 : 5 = 357 m³.

Das Kellergeschoss ist aber ein Prisma mit rechteckiger Grundfläche und einer Prismenhöhe von 21m. Somit hat die Grundfläche eine Fläche von 357 : 21 = 17m²

Diese Grundfläche ist 10m breit, somit beträgt die Höhe h = 17 : 10 = **1.7 m**

4



Der Schnittkörper ist ein Prisma mit einer viereckigen Grundfläche. Diese wird in ein Rechteck und ein Dreieck zerlegt. Das Dreieck hat dabei eine Höhe von 3cm (wie eingezeichnet). Die Prismenhöhe beträgt 7cm.

$V_{Restkörper}$ = G • h = **315 cm³**

Rechenschritte:

Fläche des gelben Rechtecks:
A = 10 • 3 = 30 cm²

Fläche des roten Dreiecks:
A = Grundseite • Höhe : 2
= 10 • 3 : 2= 15 cm²

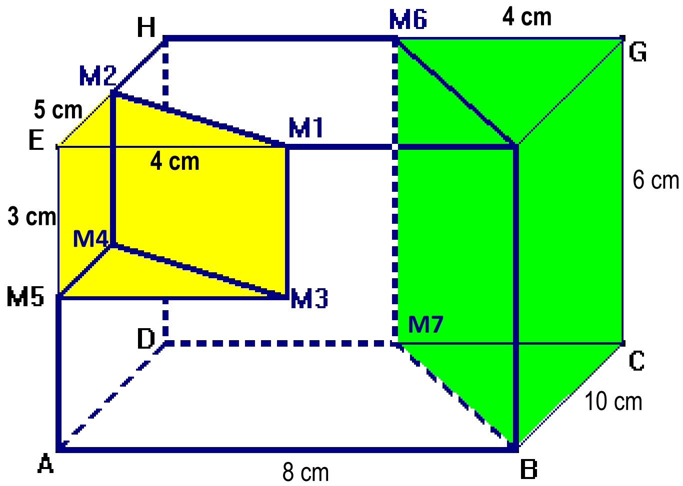
Fläche der Grundseite:
A = Rechteck + Dreieck = 30 + 15 = 45 cm²

Volumen des Restkörpers (= Prisma):
$V_{Restkörper}$ = G • h
$V_{Restkörper}$ = 45 • 7
$V_{Restkörper}$ = 315 cm³

Seiten 10 / 11

Berechnungen in Prismen, Quadern und Schnittkörpern

5



Der Schnittkörper ist durch herausschneiden der beiden markierten Prismen aus dem ursprünglichen Quader entstanden. Somit können wir die Berechnung durch Subtraktion durchführen:

$\mathbf{V_{Restkörper}} = V_{Quader} - V_{Prisma\ gelb} - V_{Prisma\ grün} =$ **= 330 cm³**

Rechenschritte:

<u>Volumen des ursprünglichen Quaders:</u>

$V = 8 \bullet 10 \bullet 6 = 80 \bullet 6 = 480\ cm^3$

<u>Volumen des gelben Prismas:</u>

Grundfläche $EM_1M_2 = 5 \bullet 4 : 2 = 10\ cm^2$

Volumen $V = G \bullet h = 10 \bullet 3 = 30\ cm^3$

<u>Volumen des grünen Prismas:</u>

Grundfläche $BCM_7 = 10 \bullet 4 : 2 = 20\ cm^2$

Volumen $V = G \bullet h = 20 \bullet 6 = 120\ cm^3$

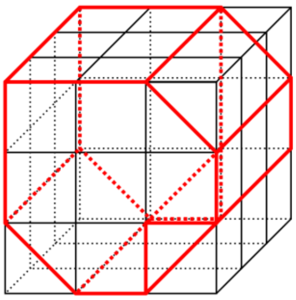
<u>Volumen des Restkörpers:</u>

$V_{Restkörper} = V_{Quader} - V_{Prisma\ gelb} - V_{Prisma\ grün}$

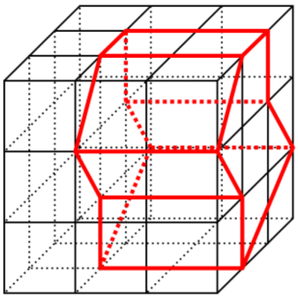
$V_{Restkörper} = 480 - 30 - 120$

$\mathbf{V_{Restkörper} = 330\ cm^3}$

6 a)

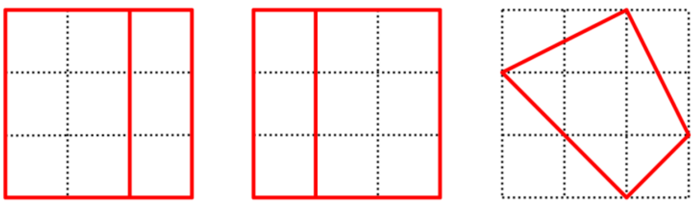


b)



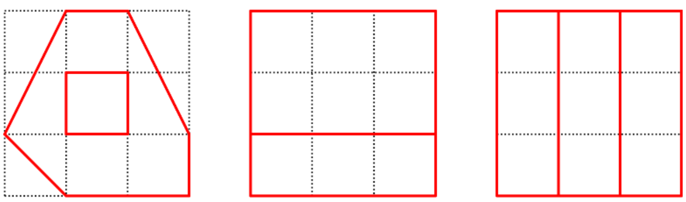
7 a)

von vorne | von rechts | von oben

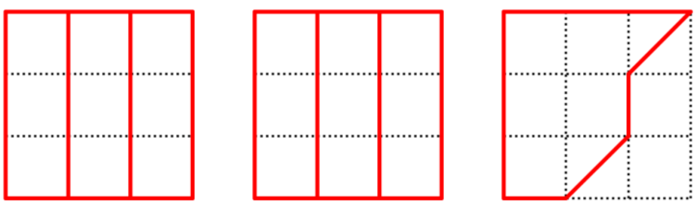


b)

von vorne | von rechts | von oben



c)



Seite 15 / 16

Aufgaben „Die gerade Pyramide“

1

	AB	BC	h	V
a)	3.5 cm	3.2 cm	6cm	**22.4 cm³**
b)	34 cm	12 cm	**25.5cm**	3468 cm³
c)	25 dm	**21.42 dm**	9 dm	1606.5 dm³
d)	**27.02 m**	**27.02 m**	4.3 m	1046.448 m³
e)	3d	4e	9f	**36def**
f)	**24a**	24a	6a	1152a³

Die verwendeten Formeln entsprechen denjenigen, die im Theorieteil des Dossier angegeben sind. Bitte dort nachschauen. Wird das Volumen verwendet, muss es zuerst mal 3 gerechnet werden!

2

$V = \frac{G \bullet h}{3}$, also $\mathbf{V} = \frac{4 \bullet 4 \bullet 5}{3} = \frac{80}{3}$ **= 26.667 cm³**

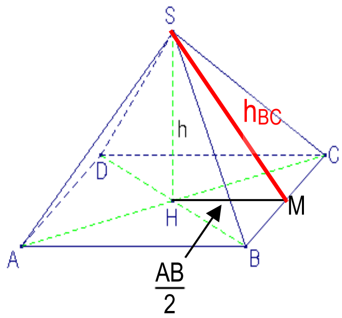
Für die Oberfläche rechnen wir zuerst mit Pythagoras die Höhe h_{BC} aus (Höhe des Seitendreiecks BCS. in der quadratischen Pyramide ist dies die einzige benötigte Höhe für den Mantel.

Also: $\mathbf{h_{BC}} = \sqrt{HM^2+HS^2} = \sqrt{2^2+5^2} = \sqrt{29}$ = **5.39 cm**

Damit ist die **Seitenfläche BCS** = $\frac{h_{BC} \bullet BC}{2} = \frac{5.39 \bullet 4}{2}$ = **10.77 cm²**

Und dies heisst, dass der **Mantel** = 4 • BCS = 4 • 10.77 cm² = **43.08 cm²**

Und somit ist die **Oberfläche S** = G + S = 4 • 4 + 43.08 = **59.08 cm²**



V =26.667 cm³
S = 59.08 cm²

3 a) Die Grundfläche einer quadratischen Pyramide ist 46.24 cm². Damit ist die Kantenlänge dieses Quadrates a = $\sqrt{46.24}$ = 6.8 cm.

Die Oberfläche beträgt 122.4 cm², womit der Mantel
<u>M</u> = 122.4 – 46.24 = <u>76.16 cm²</u> gross ist.

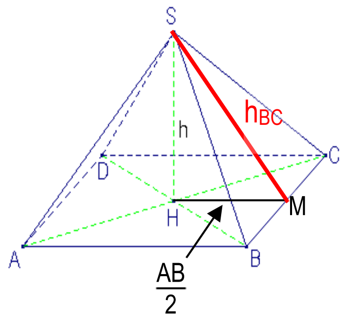
Also ist eine <u>Seitenfläche</u> (ein Seitendreieck) = $\frac{76.16}{4}$ = <u>19.04</u> cm² gross.

Die **Höhe des Seitendreieckes** ist also = $\frac{\text{Fläche} \bullet 2}{\text{Grundseite}} = \frac{19.04 \bullet 2}{6.8}$ = **5.6 cm.**

Mit Pythagoras können wir jetzt die Pyramidenhöhe berechnen:

$\mathbf{h} = \sqrt{SM^2 - HM^2} = \sqrt{5.6^2 - 3.4^2}$ = **4.45 cm.**

Also ist das Volumen der Pyramide = $V = \frac{G \bullet h}{3} = \frac{46.24 \bullet 4.45}{3}$ = **68.59cm³**

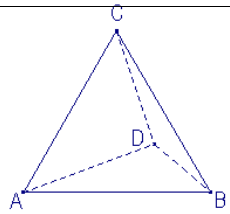


h =4.45 cm
V = 68.59 cm³

4 a) Die Grundfläche des Tetraeders ist ein gleichseitiges Dreieck. Gemäss unseren früheren Pythagoras-Überlegungen ist die Höhe im gleichseitigen Dreieck h = $\frac{s \bullet \sqrt{3}}{2}$. In unserem Fall also = $\frac{10 \bullet \sqrt{3}}{2} = 5 \bullet \sqrt{3}$ = 8.66 cm

Also ist die **Grundfläche** = $\frac{\text{Grundseite} \bullet \text{Höhe}}{2} = \frac{10 \bullet 8.66}{2}$ = **43.3 cm²**

Dies ist gleichzeitig die Fläche jeder Seitenfläche. Die **Oberfläche des Tetraeders** ist also = 4 • 43.3 = **173.21 cm²**



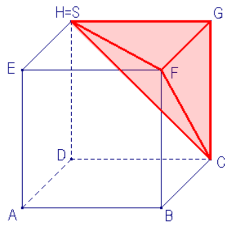
S = 173.21 cm²

Seite 16 / 17

Aufgaben „Die gerade Pyramide“

5 a) In dieser Figur brauchen wir zwei Formeln aus dem Pythagoras-Bereich:

1. Diagonale im Quadrat ($d = s \bullet \sqrt{2}$)
2. Höhe im gleichseitigen Dreieck: $h = \frac{s \bullet \sqrt{3}}{2}$



Die Grundseite dieser Pyramide ist das Dreieck GFC. Dies ist zum Berechnen besonders einfach.

$V = \frac{G \bullet h}{3}$, wobei die Grundseite $G = \frac{a^2}{2}$, also $\mathbf{V} = \frac{a^2}{2} \bullet \frac{a}{3} = \mathbf{\frac{a^3}{6}}$

mit Zahlen: $\mathbf{V = \frac{10^3}{6} = \frac{1000}{6} = 166.667\ cm^3}$

b) Die Berechnung der Oberfläche ist etwas schwieriger. Dabei setzt sie sich zusammen aus den vier Dreiecksflächen. Die Dreiecke GFC, HGC und FGH sind dabei kongruent und einfach zu berechnen:

$A_{FGC} = A_{FGH} = A_{CGH} = \frac{a^2}{2}$

Das Dreieck HFC dagegen ist gleichseitig und zwar mit der Seitenlänge $\mathbf{s = a\sqrt{2}}$.

Somit ist die **Höhe dieses Dreiecks HFC** = $\mathbf{h} = \frac{s \bullet \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{2} \bullet \sqrt{3}}{2} = \mathbf{\frac{a\sqrt{6}}{2}}$

Und dies führt und zur Fläche des Dreiecks HFC:

$A_{HFC} = \frac{\text{Grundseite} \bullet \text{Höhe}}{2}$

$A_{HFC} = \frac{a\sqrt{2} \bullet \frac{a\sqrt{6}}{2}}{2} = \frac{\frac{a^2\sqrt{12}}{2}}{2} = \frac{\frac{a^2\sqrt{4} \bullet \sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\frac{a^2 \bullet 2 \bullet \sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Die gesamte Oberfläche ist also $S = 3 \bullet \frac{a^2}{2} + \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^2}{2} + \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = a^2\left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Mit Zahlen gerechnet $\mathbf{S} = 10^2\left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 100\left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \mathbf{236.60\ cm^2}$

6 a) Das Volumen einer Pyramide ist ja bekanntlich $V = \frac{G \bullet h}{3}$

In unserem Fall ist G = Seitenfläche des Würfels (Quadratfläche) a^2
Die Höhe ist nicht bekannt.

Bekannt ist aber, dass das Volumen des Körpers um drei Viertel des Würfelvolumens vergrössert wird. Also entsprechen alle sechs aufgesetzten Pyramiden diesen drei Vierteln des Würfelvolumens. Als Gleichung

$$\frac{3}{4} \bullet a^3 = 6 \bullet \frac{a^2 \bullet h}{3}$$

Aufgelöst ergibt diese Gleichung:

$\frac{3a^3}{4} = \frac{6a^2 \bullet h}{3}$ ¦¦ v

$\frac{3a^3}{4} = 2a^2 \bullet h$ ¦¦ • HN (4)

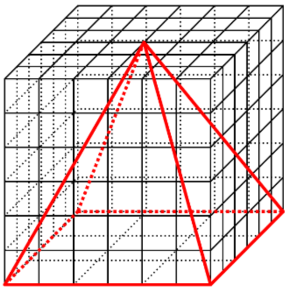
$3a^3 = 8a^2 \bullet h$ ¦¦ : $8a^2$

$\frac{3a}{8} = h$ Die Pyramiden haben also eine Höhe von $\mathbf{h = \frac{3a}{8}}$

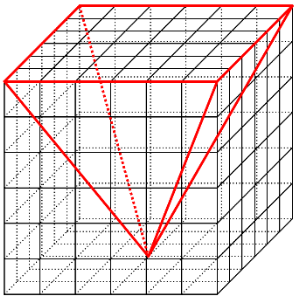
Seite 17

Aufgaben „Die gerade Pyramide“

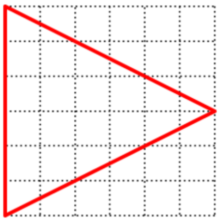
7 a)



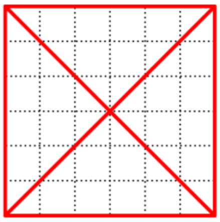
b)



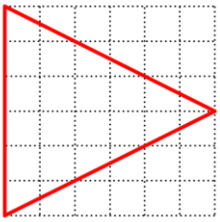
8 a) von vorne



von rechts



von oben



b) von vorne

von rechts

von oben